

# Construction mixte bois béton

---

**Bois Consult Natterer SA**

Route de la Gare 10

1163 Etoy Suisse

Tel. +41-21/808.76.09

Fax. +41-21/808.78.30

Email. [bcn.sa@tiscali.ch](mailto:bcn.sa@tiscali.ch)

Octobre 2001



## **Sommaire**

<b>SOMMAIRE .....</b>	<b>2</b>
<b>INTRODUCTION.....</b>	<b>3</b>
<b>INTERET DE LA CONSTRUCTION MIXTE.....</b>	<b>3</b>
<b>THEORIE DE LA SECTION MIXTE BOIS-BETON. ....</b>	<b>3</b>
1. HYPOTHESES.....	3
2. CARACTERISTIQUES DE LA SECTION MIXTE.....	4
3. ACTIONS.....	7
4. SOLLICITATIONS.....	7
5. CONTRAINTES.....	11
6. VERIFICATION DE LA SECURITE STRUCTURALE.....	14
7. VERIFICATION DE L'APTITUDE AU SERVICE.....	16
8. DIMENSIONNEMENT DE LA CONNEXION.....	17
<b>ADAPTATION AU BOIS LAMELLE CLOUE. ....</b>	<b>23</b>
<b>ADAPTATION AU BOIS EQUARRI SUR 3 FACES. ....</b>	<b>23</b>
1. CARACTERISTIQUES DE LA SECTION MIXTE.....	24
2. DIMENSIONNEMENT DE LA CONNEXION.....	26
<b>ADAPTATION AU BOIS ROND. ....</b>	<b>29</b>
1. CARACTERISTIQUES DE LA SECTION MIXTE.....	30
2. DIMENSIONNEMENT DE LA CONNEXION.....	31
<b>ADAPTATION A LA POUTRE EN TE. ....</b>	<b>34</b>
1. CARACTERISTIQUES DE LA SECTION MIXTE.....	36
2. DIMENSIONNEMENT DE LA CONNEXION.....	37



## **Introduction.**

La construction mixte associant le bois et le béton s'emploie aussi bien dans les ouvrages de bâtiment que de construction civile. Elle est mise en œuvre pour l'édification de dalles ou de planchers. Il s'agit d'un mode de construction dont la compétitivité est avérée pour des portées de 6 à 15 m.

Malgré sa mise en œuvre depuis plusieurs années, la construction mixte fait encore l'objet de nombreuses recherches afin d'identifier divers comportements spécifiques. Le fluage des matériaux, le retrait du béton ainsi que la connexion entre le bois et le béton font partie de ces particularités. De plus, la théorie de la section mixte appliquée à l'association bois béton fait particulièrement défaut. Ainsi, ce rapport présentera une méthode de dimensionnement, se préoccupant principalement des phénomènes spécifiques évoqués.

## **Intérêt de la construction mixte.**

Le béton est un matériau pesant ( $25 \text{ kN/m}^3$ ), ne supportant aucun effort de traction. Quant au bois, il s'agit d'un matériau léger ( $6 \text{ kN/m}^3$ ), résistant à la fois à des efforts de compression et de traction. Dans un souci d'optimisation des structures porteuses, on assemblera les matériaux en valorisant leurs propriétés respectives. Le béton, placé en partie supérieure, sera soumis à des efforts de compression, tandis que le bois, placé en partie inférieure, reprendra des efforts de traction. Les deux matériaux doivent bien entendu être liés de façon rigide à l'interface. L'assemblage mixte se comporte ainsi comme une structure unique et non comme deux sections indépendantes.

## **Théorie de la section mixte bois béton.**

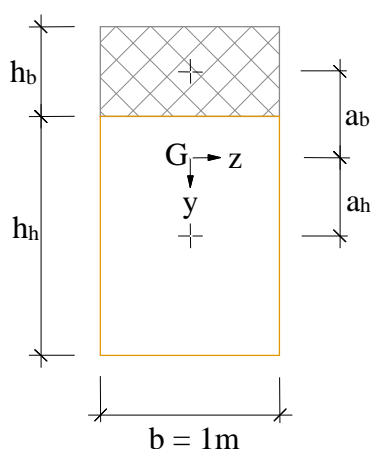
### **1. Hypothèses.**

- Poutre sur deux appuis. Perpendiculairement à la portée, les éléments en bois ne sont pas liés statiquement entre eux. La dalle ne possédant qu'un seul sens porteur, le dimensionnement sera effectué selon le modèle de la poutre sur deux appuis, considérant généralement une largeur de 1 mètre.
- Charges uniformément réparties.
- Comportement élastique des matériaux.
- Rigidité constante.
- Liaison bois béton partielle caractérisée par le coefficient  $\gamma$  constant.
- Les coefficients de sécurité ne seront pas appliqués pour une adaptation aisée à diverses normes.



- Le principe de la construction mixte peut être mis en œuvre avec des sections de bois relativement diverses :
  - Section constituée de bois lamellé cloué.
  - Section constituée de bois équarri sur 4 faces.
  - Section constituée de bois équarri sur 3 faces.
  - Section constituée de bois rond.
  - Section en té.
- La théorie présentée convient pour une section constante, composée de bois équarris sur les 4 faces. Les modifications induites par l'emploi d'une autre section seront évoquées ultérieurement.

## 2. Caractéristiques de la section mixte.



### Béton

$$A_b = h_b b$$

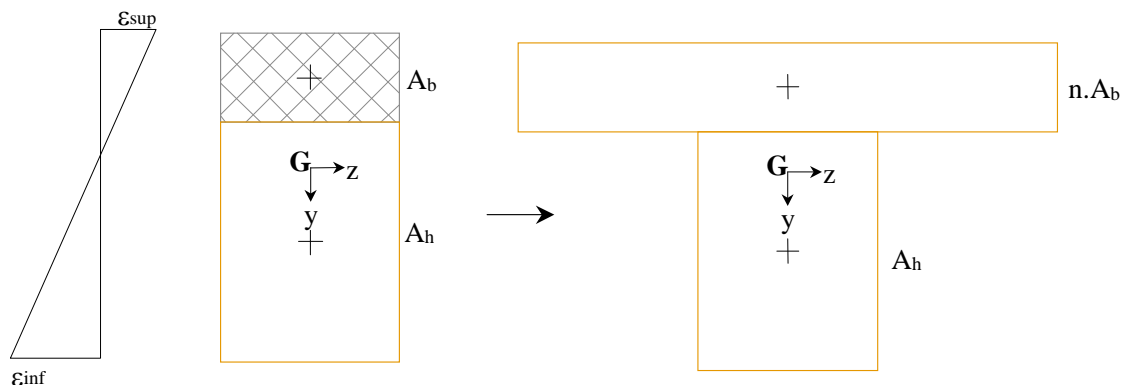
$$I_b = \frac{b h_b^3}{12}$$

### Bois

$$A_h = h_h b$$

$$I_h = \frac{b h_h^3}{12}$$

Cette section mixte subit un effort tranchant ainsi qu'un moment fléchissant positif. Pour connaître la répartition des contraintes au sein de cette section, nous appliquerons les résultats de la mécanique des structures, établis pour des sections homogènes. C'est pourquoi il convient de transformer la section mixte en section équivalente homogène, le matériau de référence étant le bois. La section équivalente devra renseigner sur les déformations et les contraintes subies par les deux matériaux. Cette théorie s'appuie principalement sur l'hypothèse que les sections restent planes au cours de la déformation. La déformée est donc une droite, dont la rotation est centrée sur le centre de gravité de la section mixte.



La section de béton est transformée en une section de bois équivalente en multipliant la surface  $A_b$  par le facteur  $n$ .

$$n = \frac{E_b}{E_h}$$

Une fois la section équivalente définie, le calcul des contraintes est mené selon la théorie de l'élasticité puisque la section est homogène. Les contraintes effectivement subies par le béton s'expriment de la façon suivante.

$$\sigma_b = E_b \varepsilon_{sup} = \frac{E_b}{E_h} E_h \varepsilon_{sup} = n \sigma_h$$

Les efforts appliqués à la section mixte provoquent un glissement relatif des matériaux. Si ce déplacement est libre, les deux sections résistent de façon indépendante. En revanche, si ce déplacement est empêché, la section résultante possède une inertie plus importante que les deux sections indépendantes. C'est pourquoi la connexion des matériaux est indispensable afin d'améliorer la résistance de la section. Cette connexion est toujours partielle, c'est à dire qu'il subsiste systématiquement un déplacement relatif des matériaux. Plus la connexion est efficace, plus le comportement de la section mixte se rapproche de celui d'une section possédant une connexion parfaite, c'est à dire que l'exploitation de la section mixte est maximale. Pour caractériser l'efficacité de la connexion, on introduit un coefficient de liaison  $\gamma$  dont la valeur a été déterminée expérimentalement. Les valeurs suivantes sont obtenues avec l'utilisation du système de connexion développé par le bureau Bois Consult Natterer.

- $\gamma=0,8$  planches clouées plus courtes que la portée, joints droits collés-cloués.
- $\gamma=0,85$  planches clouées plus courtes que la portée, avec aboutages collés.
- $\gamma=0,9$  éléments de longueur identique à la portée : bois équarri sur 3 ou 4 faces, bois rond, poutre en bois lamellé-collé.



Pour calculer les contraintes subies par la section équivalente, il est nécessaire de connaître les caractéristiques suivantes.

Aire équivalente de la section	$A_{eq} = \gamma n A_b + A_h$
Position du centre de gravité	$Y_G = \frac{1}{A_{eq}} \left[ \frac{h_b}{2} n \gamma A_b + (h_b + \frac{h_h}{2}) A_h \right]$
Distance entre le centre de gravité et les axes neutres des sections partielles	$a_b = Y_G - \frac{h_b}{2}$
	$a_h = \frac{h_b + h_h}{2} - a_b$
Inertie équivalente	$I_{eq} = n I_b + I_h + \gamma n A_b a_b^2 + A_h a_h^2$
Rigidité équivalente	$B_{eq} = E_h I_{eq}$
Moment statique du béton	$\mu_b = A_b a_b$

#### Fluage des matériaux.

Lorsque la section mixte est sollicitée par des charges de longue durée, les matériaux subissent le phénomène de fluage que l'on modélise par une variation du module d'élasticité. Pour une section constituée d'un seul matériau, seules ses déformations sont affectées par le fluage. En revanche, le fluage au sein d'une section mixte modifie les caractéristiques géométriques de la section, la répartition des efforts ainsi que les déformations de la structure. C'est pourquoi les caractéristiques géométriques de la section équivalente sont déterminées en distinguant l'influence du fluage des matériaux. Par la suite, le calcul des contraintes et des déformations sera conduit avec les caractéristiques appropriées. Les caractéristiques de la section prenant en considération le fluage seront repérées par l'indice  $\infty$ .



### 3. Actions.

Les vérifications préconisées portent d'une part sur la sécurité structurale de l'ouvrage et d'autre part sur l'aptitude au service. Les diverses actions susceptibles de solliciter la structure mixte suivent cette distinction.

#### Sécurité structurale

Poids propre de la structure porteuse et non porteuse :  $g$

Action prépondérante :  $q_p$

Action concomitante :  $q_c$

#### Aptitude au service

L'aptitude au service concerne notamment la vérification des déformations. Afin de considérer le fluage des matériaux, il convient de distinguer les actions de courte et longue durée.

##### ✓ Actions de longue durée

Poids propre de la structure :  $g$

Action variable :  $q_l$

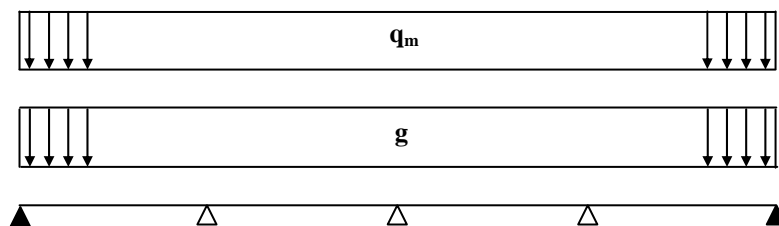
##### ✓ Action de courte durée

Action variable :  $q_c$

### 4. Sollicitations.

#### Phase de montage

Pour les grandes portées, il est intéressant de disposer des étais non seulement pour soulager la section de bois mais aussi pour infliger une contre-flèche à la structure. En phase de construction, seule la partie de bois résiste puisque le béton est liquide et n'atteint sa résistance définitive qu'après 28 jours.



△ Appuis temporaires (étais).

▲ Appuis définitifs.

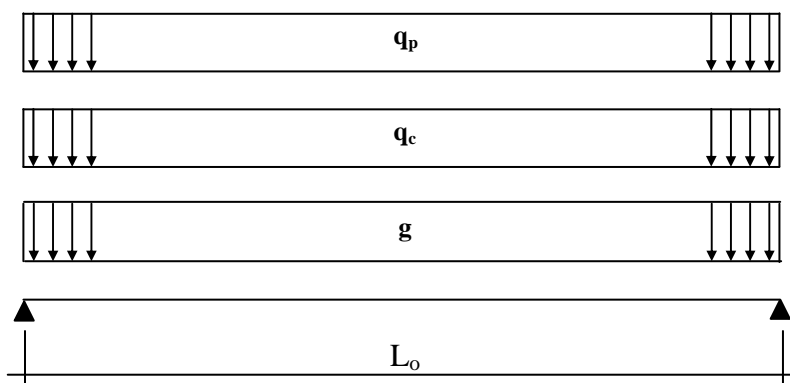
$g$  : poids propre de la structure, y compris le poids du béton mis en place.

$q_m$  : charges de chantier (ouvriers, installations....)

$M_m$  : Moment maximum agissant en phase de montage. Moment positif ou négatif.



### Phase de service

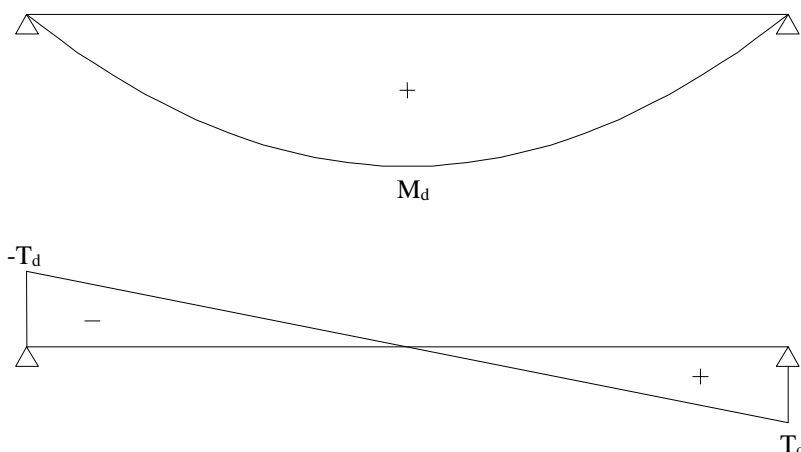


Sollicitations maximales agissant en phase de service.

$$M_d = \frac{(g + q_p + q_c) L_o^2}{8}$$

$$T_d = \frac{(g + q_p + q_c) L_o}{2}$$

Diagramme des efforts.



### Retrait du béton.

Le retrait du béton est à l'origine de contraintes et de déformations qu'il faut considérer lors des vérifications structurale et d'aptitude au service. L'apparition de ces efforts s'explique par la différence de retrait longitudinal entre le béton et le bois. En effet, si les matériaux subissaient le même retrait, il n'y aurait ni contrainte, ni déformation supplémentaires. Dès sa mise en œuvre, le béton subit un retrait uniforme, tandis que le bois ne se déforme presque pas dans le sens porteur de la dalle ( $\varepsilon_{br} = 0,2\%$ ,  $\beta_1 = 0,01\%$ ).



Au sein de la dalle, le retrait du béton est empêché par la liaison rigide avec le bois. Bien que le retrait du béton ne soit pas visible, il se produit tout de même et introduit des contraintes au sein de la structure mixte. Afin d'évaluer les efforts dus au retrait du béton, nous conduirons le raisonnement suivant.

Si les sections de bois et de béton n'étaient pas liées, le béton subirait un retrait libre (fig. 1). La section mixte agit donc sur le béton en développant des forces dont les effets s'opposent au retrait libre (fig. 2). Par réaction, la section mixte subit ces mêmes forces (fig. 3). Ces forces sont ensuite décomposées et rapportées aux centres de gravité des sections partielles (fig. 4).

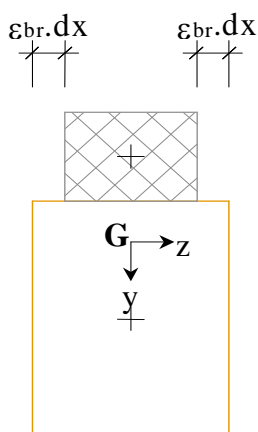


Figure 1

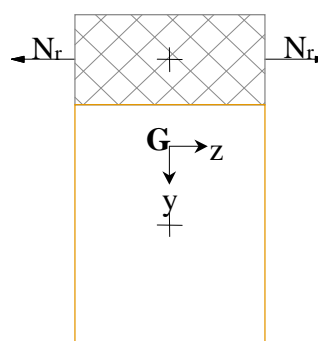


Figure 2

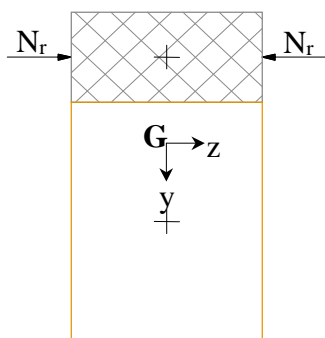


Figure 3

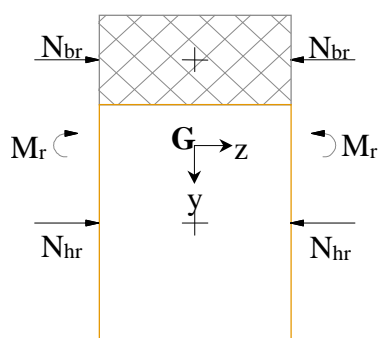


Figure 4

Le retrait  $\varepsilon_{br}$  dépend de la composition du béton, de la géométrie de la pièce, de l'humidité et de la température ambiante ; il est de l'ordre de 0,2 à 0,4 ‰. Le retrait n'est pas instantané : il agit dès la mise en œuvre du béton et se prolonge tout au long de la durée de vie de l'ouvrage. Le retrait du béton a une influence néfaste sur la structure mixte dès que les sections partielles sont connectées entre elles. Lorsque le système de connexion est activé après la mise en œuvre du béton (1 mois plus tard), il convient de ne pas considérer la totalité du retrait.



Le module d'élasticité  $E_{br}$  associé au retrait du béton diffère des modules d'élasticité instantané et de fluage puisqu'il s'agit d'un phénomène étendu dans le temps. Ce module  $E_{br}$  est déduit du module d'élasticité instantané du béton  $E_b$ .

$$E_{br} = \frac{E_b}{1 + 0,5 \varphi}$$

$\varphi$  : coefficient de fluage du béton.

Il n'existe pas pour le bois de module d'élasticité spécifique au retrait, si bien que l'on utilisera le module d'élasticité infini du bois,  $E_{h,\infty}$ . La détermination des efforts dus au retrait du béton nécessite donc la définition d'une nouvelle section équivalente faisant intervenir les modules  $E_{br}$  et  $E_{h,\infty}$ .

$$N_r = \sigma A_b = E_{br} \varepsilon_{br} A_b$$

$$M_r = N_r a_{br}$$

$$N_{br} = N_r \frac{E_{br} A_b}{E_{br} A_b + E_{h,\infty} A_h}$$

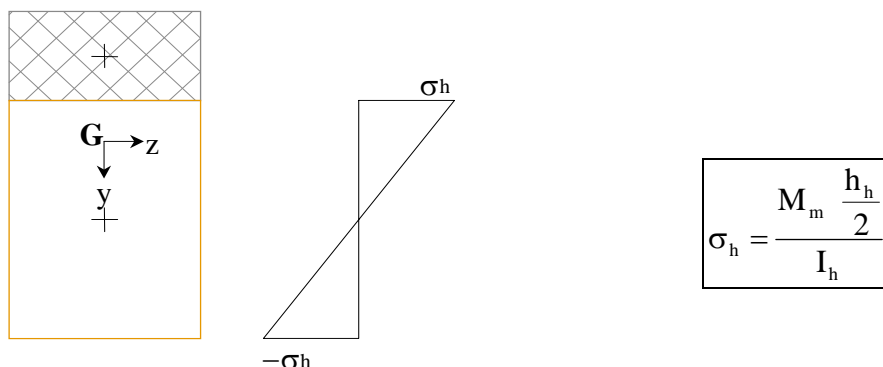
$$N_{hr} = N_r \frac{E_{h,\infty} A_h}{E_{br} A_b + E_{h,\infty} A_h}$$

$$M_G = N_{hr} a_{hr} - N_{br} a_{br} = 0$$



## 5. Contraintes.

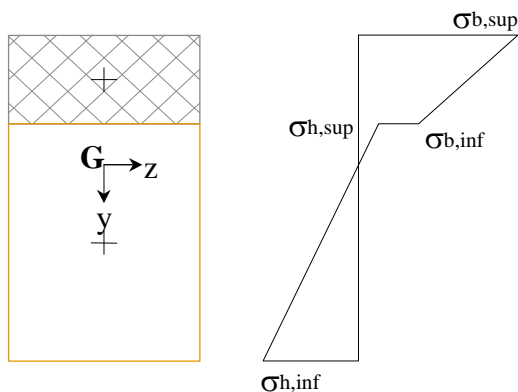
### Phase de montage

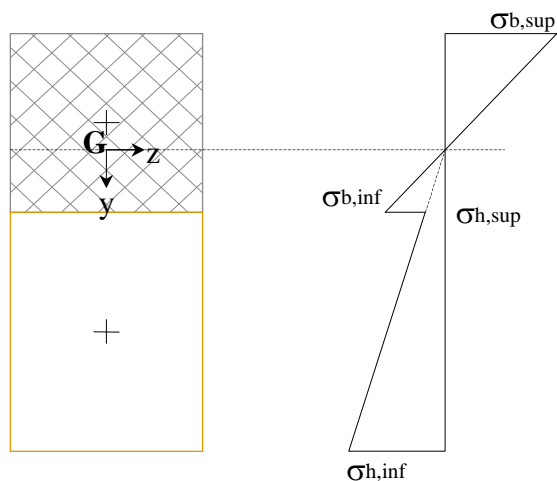


### Phase de service

Les phénomènes de fluage et de retrait doivent être pris en compte lors de la vérification de la sécurité structurale. La variation des caractéristiques géométriques de la section au cours du temps modifie la répartition des efforts entre le béton et le bois. C'est pourquoi, nous procéderons au calcul des contraintes selon deux états de la section.

- ✓ Etat initial  
Les matériaux développent leur module d'élasticité instantané. Les efforts dus au retrait du béton sont pris en compte, bien qu'ils ne s'appliquent pas encore totalement.
- ✓ Etat final  
Les matériaux développent leur module d'élasticité de fluage. Les efforts dus au retrait du béton sont pris en compte et s'appliquent totalement.





Si  $\sigma_{b,inf} < 0$ , le béton est partiellement tendu.

Si  $\sigma_{b,inf} > 0$ , le béton est totalement comprimé.

#### Etat initial

$$\sigma_{b,sup} = n \frac{(M_d + M_r) \left( \gamma a_b + \frac{h_b}{2} \right)}{I_{eq}} + \frac{N_{br}}{A_b}$$

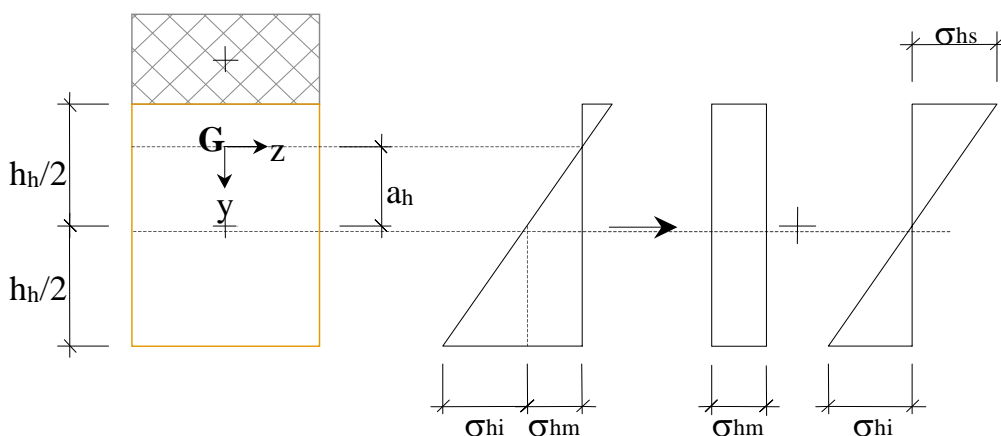
$$\sigma_{b,inf} = n \frac{(M_d + M_r) \left( \gamma a_b - \frac{h_b}{2} \right)}{I_{eq}} + \frac{N_{br}}{A_b}$$

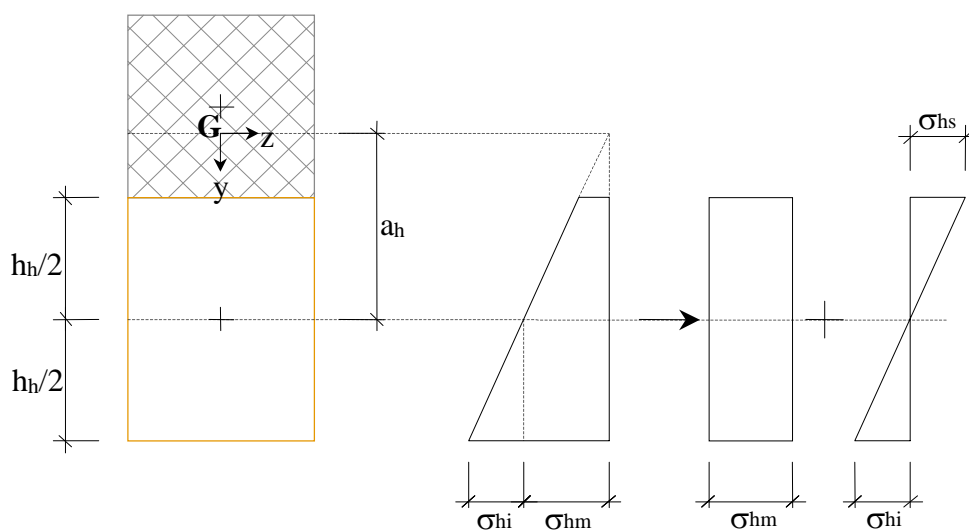
#### Etat final

$$\sigma_{b,sup,\infty} = n \frac{(M_d + M_r) \left( \gamma a_{b,\infty} + \frac{h_b}{2} \right)}{I_{eq,\infty}} + \frac{N_{br}}{A_b}$$

$$\sigma_{b,inf,\infty} = n \frac{(M_d + M_r) \left( \gamma a_{b,\infty} - \frac{h_b}{2} \right)}{I_{eq,\infty}} + \frac{N_{br}}{A_b}$$

Il convient pour le bois de répartir la sollicitation suivant une contrainte normale appliquée au centre de gravité de la section partielle et une contrainte de flexion.





### Etat initial

$$\sigma_{hi} = - \frac{(M_d + M_r) \frac{h_h}{2}}{I_{eq}}$$

$$\sigma_{hm} = - \frac{(M_d + M_r) a_h}{I_{eq}} + \frac{N_{hr}}{A_h}$$

$$\sigma_{hs} = \frac{(M_d + M_r) \frac{h_h}{2}}{I_{eq}}$$

### Etat final

$$\sigma_{hi,\infty} = - \frac{(M_d + M_r) \frac{h_h}{2}}{I_{eq,\infty}}$$

$$\sigma_{hm,\infty} = - \frac{(M_d + M_r) a_{h,\infty}}{I_{eq,\infty}} + \frac{N_{hr}}{A_h}$$

$$\sigma_{hs,\infty} = \frac{(M_d + M_r) \frac{h_h}{2}}{I_{eq,\infty}}$$

Les contraintes globales s'expriment ainsi.

$$\sigma_{hsup} = \sigma_{hm} + \sigma_{hs}$$

$$\sigma_{hinf} = \sigma_{hm} + \sigma_{hi}$$

$$\sigma_{hsup,\infty} = \sigma_{hm,\infty} + \sigma_{hs,\infty}$$

$$\sigma_{hinf,\infty} = \sigma_{hm,\infty} + \sigma_{hi,\infty}$$



## 6. Vérification de la sécurité structurale.

### Phase de montage

$$\sigma_h \leq \bar{\sigma}_b$$

$\bar{\sigma}_b$  : résistance du bois à la flexion.

### Phase de service

Les vérifications à mener pour les deux états de la section sont identiques.

✓ Vérifications concernant le béton.

$$\sigma_{b,sup} \leq f_{bc}$$

$$\sigma_{b,inf} \leq f_{bt}$$

$f_{bc}$  : résistance du béton à la compression.

$f_{bt}$  : résistance du béton à la traction.

✓ Vérifications concernant le bois.

Contrainte supérieure :  $\sigma_{hsup}$  ou  $\sigma_{hsup,\infty}$ .

$$\sigma_{hsup} = \sigma_{hm} + \sigma_{hs}$$

$$\sigma_{hsup,\infty} = \sigma_{hm,\infty} + \sigma_{hs,\infty}$$

$\sigma_{hs}$  est nécessairement une contrainte de compression, tandis que  $\sigma_{hm}$  peut être une contrainte de traction ou de compression.

$$\begin{aligned} \sigma_{hm} &< 0 \\ \sigma_{hs} &> 0 \end{aligned}$$

$$\left| \frac{\sigma_{hm}}{\sigma_z} + \frac{\sigma_{hs}}{\sigma_b} \right| \leq 1$$

$$\begin{aligned} \sigma_{hm} &> 0 \\ \sigma_{hs} &> 0 \end{aligned}$$

$$\frac{\sigma_{hm}}{\sigma_d} + \frac{\sigma_{hs}}{\sigma_b} \leq 1$$



Contrainte inférieure :  $\sigma_{\text{hinf}}$  ou  $\sigma_{\text{hinf},\infty}$ .

$$\sigma_{\text{hinf}} = \sigma_{\text{hm}} + \sigma_{\text{hi}}$$

$$\sigma_{\text{hinf},\infty} = \sigma_{\text{hm},\infty} + \sigma_{\text{hi},\infty}$$

$\sigma_{\text{hi}}$  est nécessairement une contrainte de traction, tandis que  $\sigma_{\text{hm}}$  peut être une contrainte de traction ou de compression.

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{hm}} &< 0 \\ \sigma_{\text{hi}} &< 0 \end{aligned}$$

$$\frac{\sigma_{\text{hm}}}{-\sigma_z} + \frac{\sigma_{\text{hi}}}{-\sigma_b} \leq 1$$

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{hm}} &> 0 \\ \sigma_{\text{hi}} &> 0 \end{aligned}$$

$$\left| \frac{\sigma_{\text{hm}}}{\sigma_d} + \frac{\sigma_{\text{hi}}}{\sigma_b} \right| \leq 1$$

$\sigma_z$  : résistance du bois à la traction.

$\sigma_d$  : résistance du bois à la compression.

$\sigma_b$  : résistance du bois à la flexion.

Effort tranchant.

On considère que la section de bois résiste seule à l'effort tranchant.

$$\frac{3}{2} \frac{T_d}{b h_h} \leq \tau$$

$\tau$  : résistance du bois au cisaillement.



## 7. Vérification de l'aptitude au service.

### Déformations

Les déformations provoquées par les diverses actions seront réparties de la façon suivante.

- ✓ Contre flèche imposée à la structure.

$$w_1$$

- ✓ Flèche sous poids propre, y compris le fluage des matériaux.

$$w_2 = \frac{5}{384} \frac{g L_o^4}{B_{eq,\infty}}$$

- ✓ Flèche sous action variable de longue durée, y compris le fluage des matériaux.

$$w_3 = \frac{5}{384} \frac{q_l L_o^4}{B_{eq,\infty}}$$

- ✓ Flèche sous action variable de courte durée.

$$w_4 = \frac{5}{384} \frac{q_c L_o^4}{B_{eq}}$$

- ✓ Flèche due au retrait du béton.

Les déformations attribuées au retrait du béton sont déterminées avec les caractéristiques de la section mixte calculées à cet effet. Les efforts normaux agissant aux centres de gravité des sections partielles n'induisent pas de déformations verticales. En revanche, le moment appliqué au centre de gravité de la section mixte provoque une flèche  $w_5$ .

$$w_5 = \frac{1}{8} \frac{M_r L_o^2}{B_{eqr,\infty}}$$



La vérification des déformations concerne le comportement de la structure à court et long terme.

Exigence de rigidité.

$$w_4 < w_{ref}$$

Exigence d'aspect.

$$w_1 + w_2 + w_3 + w_4 + w_5 < w_{ref}$$

### Comportement dynamique

Les ouvrages sont susceptibles d'être mis en vibration sous l'effet de sollicitations rythmiques. Ce risque sera évité en s'assurant que la première fréquence propre de la structure mixte (fréquence fondamentale) est supérieure à une valeur de référence.

Fréquence fondamentale en Hz.

$$f_1 = \frac{\pi}{2 L_o^2} \sqrt{\frac{B}{m}}$$

$l$  : portée de la construction mixte

$B$  : rigidité minimale de la structure mixte, choisie parmi  $B_{eq}$  et  $B_{eq,\infty}$ .

$m$  : masse par unité de surface.

Exigence.

$$f_1 > f_{ref}$$

## 8. Dimensionnement de la connexion.

La connexion des deux matériaux est l'aspect le plus important de la construction mixte. La résistance de la section dépend essentiellement de l'efficacité de cette connexion. En effet, le moment d'inertie de la section est d'autant plus élevé que les matériaux sont liés entre eux. Les connecteurs sont fixés de façon rigide au bois, tandis que la liaison avec le béton ne s'effectue que par contact. Le retrait du béton introduit des espaces entre les connecteurs et le béton, la connexion perdant ainsi son efficacité.

Par réciprocité des contraintes, l'effort tranchant induit, au sein de la section, un effort rasant. Cet effort horizontal crée un champ de contraintes auquel les deux matériaux résistent indépendamment. Cet effort agit également à l'interface, provoquant ainsi un glissement relatif des deux matériaux. La connexion empêche ce glissement en s'opposant à cet effort rasant horizontal.



Contrainte rasante au droit d'une section, au niveau de l'interface bois-béton.

$$\tau = - \frac{T (n \mu_b)}{I_{eq} b}$$

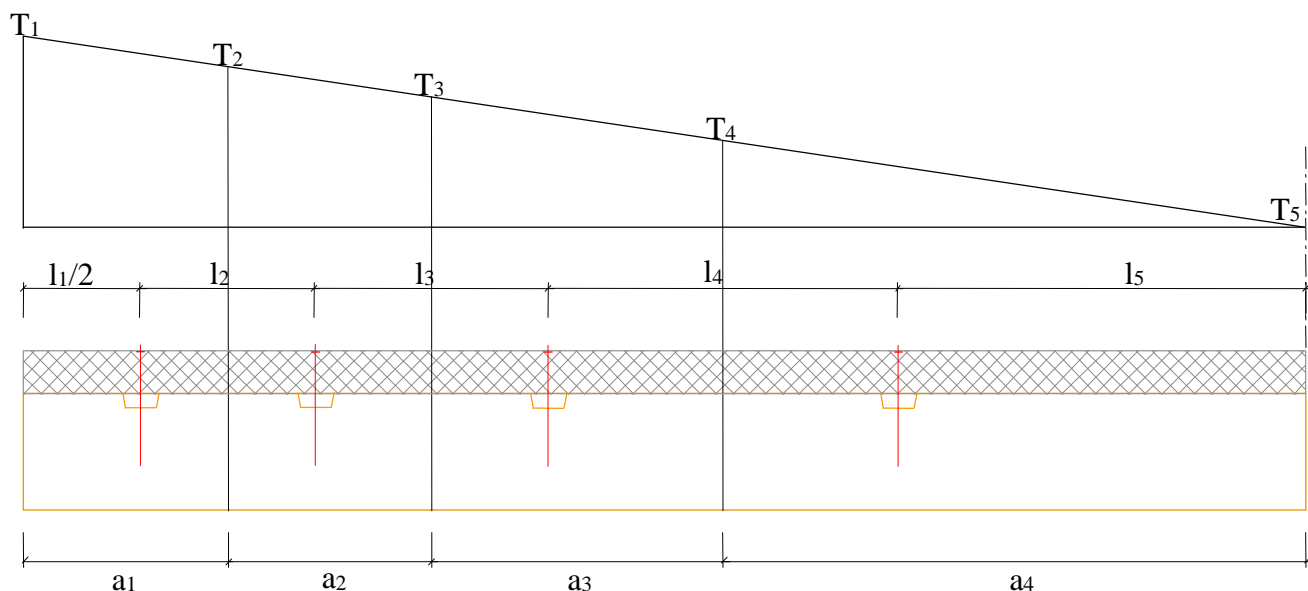
$T$  : effort tranchant au droit de la section.

$n, \mu_b$  : moment statique du béton, rapporté au matériau de référence.

$I_{eq}$  : inertie équivalente de la section mixte.

$b$  : largeur de la section.

Cette contrainte représente l'action du bois sur le béton. En réaction, le bois subit une force horizontale, de direction opposée. La connexion bois-béton est disposée ponctuellement le long de la portée. Chaque connexion résistera donc à l'effort agissant le long de sa zone d'influence.



Effort repris par une connexion

$$R_i = \int_{x_i - \frac{l_i}{2}}^{x_i + \frac{l_{i+1}}{2}} \tau b \, dx = \frac{n \mu_b a_i}{2 I_{eq}} (T_{x_i - \frac{l_i}{2}} + T_{x_i + \frac{l_{i+1}}{2}})$$

$$T(x) = -(g + q_p + q_c) \left( \frac{L_o}{2} - x \right)$$

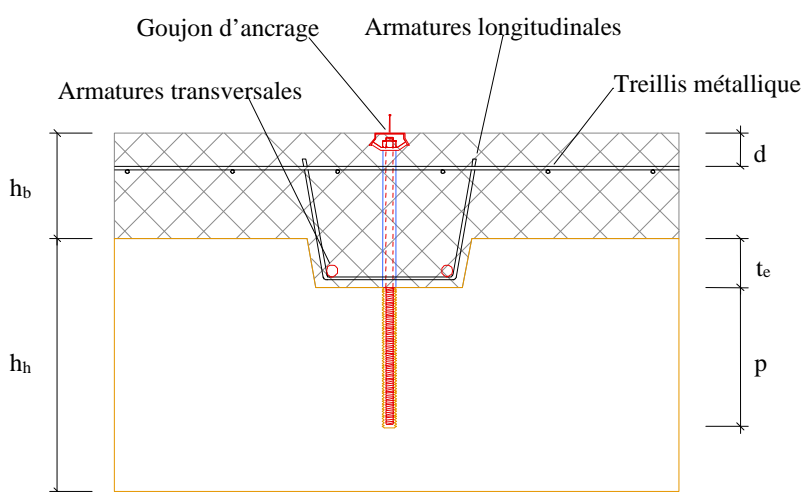
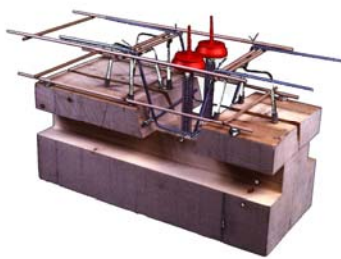
$$R_i = \frac{n \mu_b a_i}{2 I_{eq}} (g + q_p + q_c) \left[ L_o - \left( 2x_i - \frac{l_i - l_{i+1}}{2} \right) \right]$$



Cet effort rasant dépend essentiellement des caractéristiques de la section et des charges appliquées. Les caractéristiques géométriques de la section mixte évoluant dans le temps, il est indispensable de connaître l'effort rasant maximal agissant à l'interface. C'est pourquoi, l'effort rasant retenu sera issu de l'un des couples de valeurs suivants :  $(n, I_{eq})$  ou  $(n_{\infty}, I_{eq,\infty})$

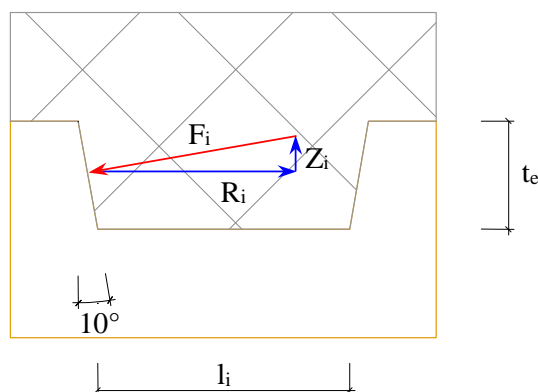
La connexion est conçue pour reprendre un effort qu'il ne faut en aucun cas dépasser. La variation de l'effort tranchant le long de la structure provoque une variation de l'effort rasant. Les connexions ne sont donc pas disposées régulièrement sur la longueur. Elles sont concentrées au niveau des appuis, puisque l'effort rasant y est maximal.

Il existe plusieurs types de connexions permettant de reprendre cet effort rasant au niveau de l'interface des deux matériaux. Plus la connexion est efficace, plus le comportement de la section mixte est proche de celui d'une section possédant une connexion parfaite. Le bureau d'études Bois Consult Natterer a développé son propre système de connexion, constitué d'un goujon ancré et d'une entaille effectuée dans le bois.





Le retrait du béton crée un espace entre le connecteur, lié au bois, et le béton. Ce jeu de quelques millimètres occasionne des déplacements entre les deux matériaux. Le système de connexion Natterer permet de lier les deux matériaux entre eux après mise en œuvre du béton. En général, la connexion est activée juste avant le chargement de la dalle, soit 28 jours après le coulage du béton. On évite ainsi le retrait du béton intervenant au cours du séchage du béton. **Indiquer le pourcentage.** Ce système de connexion permet de calculer les structures avec un coefficient de liaison de 0,9.



La force agissant sur le bois est normale à la surface inclinée. En réaction, le béton subit cette force inclinée. La composante verticale est reprise par le goujon en traction tandis que l'effort rasant est repris par les armatures transversales et le béton lui-même. La sollicitation agissant sur le bois provoque une compression inclinée par rapport aux fibres et peut conduire à un cisaillement de l'avant bois. On s'assurera de respecter l'ensemble de ces conditions lors du dimensionnement de l'entaille. Les armatures longitudinales répartissent sur plusieurs rondins une éventuelle force ponctuelle. Ces armatures sont d'une importance primordiale car un rondin ne pourrait reprendre seul une force ponctuelle.

#### Exigences concernant le bois.

- ✓ Poinçonnement du bois incliné.

$$\frac{F_i \cos \alpha}{t_e b_e} \leq \bar{\sigma}_{d\alpha=10^\circ}$$

$\bar{\sigma}_{d\alpha=10^\circ}$  : contrainte de compression admissible pour un angle de  $10^\circ$  entre la direction de l'effort et celle des fibres.

$\alpha = 10^\circ$  : inclinaison du bord d'entaille.

$t_e$  : profondeur de l'entaille i.

$b_e$  : largeur d'entaille résistante. En général,  $b_e = b = 1\text{m}$ .

Cette condition détermine la profondeur minimale de l'entaille.



- ✓ Cisaillement de l'avant bois.

$$\frac{R_i}{c_i b_e} \leq \tau$$

$\tau$  : cisaillement simple admissible du bois.

$c_i$  : longueur de l'avant bois de l'entaille i.

$b_e$  : largeur d'entaille résistante. En général,  $b_e = b = 1\text{m}$ .

Cette condition détermine la longueur minimale de l'avant bois.

#### Exigences concernant le béton.

- ✓ Compression du béton.

$$\frac{F_i \cos \alpha}{t_e b_e} \leq f_{bc,red}$$

$\alpha = 10^\circ$  : inclinaison du bord d'entaille.

$f_{bc,red}$  : valeur réduite de la résistance du béton à la compression. Au sein d'une bielle de compression, la résistance du béton limitée à  $0,4.f_{cw,min}$ .

$t_e$  : profondeur de l'entaille i.

$b_e$  : largeur d'entaille résistante. En général,  $b_e = b = 1\text{m}$ .

Cette condition détermine la profondeur minimale de l'entaille.

- ✓ Reprise de l'effort rasant.

L'effort rasant horizontal est à la fois repris par le béton et les aciers disposés à cet effet. Généralement, on dispose des aciers Fe 235,  $\Phi$  8mm, espacés de 10 cm.

#### Force développée par les aciers :

$$F_s = 2 n \pi r^2 \tau_R$$

$n$  : nombre d'armatures disposées sur une largeur de 1m.

$r$  : rayon des armatures métalliques (en général  $r=4\text{ mm}$ ).



$\tau_R$  : résistance au cisaillement de l'acier (en général :  $\tau_R=135$  Mpa)

Force développée par le béton :

$$F_b = l_a b_e \tau_c$$

$l_a$  : longueur supérieure de l'entaille, en m.

$b_e$  : largeur d'entaille résistante. En général,  $b_e = b = 1$  m.

$\tau_c$  : résistance au cisaillement du béton en Mpa (en général,  $\tau_c = 1$  Mpa).

$$R_i \leq F_s + F_b$$

$$n_i \geq \frac{R_i - F_b}{2 \pi r^2 \tau_R}$$

$R_i$  : effort rasant agissant au niveau de l'entaille  $i$ , pour une largeur de 1 m.

Cette condition détermine la section d'armature minimale.

Exigence concernant le goujon.

✓ Traction du goujon.

$$Z_i \leq n_i \bar{F}$$

$\bar{F}$  : résistance à l'arrachement du goujon.

$n_i$  : nombre de goujons dans l'entaille.

Répartition d'une force ponctuelle.

Des forces ponctuelles peuvent solliciter la structure mixte. Un seul élément de bois ne résistant pas à de tels efforts, il est nécessaire de répartir la force ponctuelle sur plusieurs rondins. La section partielle de béton au niveau de l'entaille assure cette fonction puisque sa rigidité dans le sens non porteur de la dalle est suffisante. En conséquence le béton subit un moment fléchissant qu'il faut reprendre avec des aciers disposés en fond de rainure. On dispose généralement 2 $\phi$ 12 mm.

On prendra soin de vérifier d'une part l'intégrité de la section de béton armé dans le sens non porteur ainsi que l'intégrité des rondins dans le sens porteur. Pour connaître les sollicitations appliquées à la structure, on préconise une résolution numérique du problème. Etablissant une grille de poutres perpendiculaires composée de la section mixte bois-béton et de la section BA au niveau de l'entaille, on détermine la sollicitation maximale induite par



l'application d'une force ponctuelle. On dimensionnera en conséquence la section d'armatures métalliques en fond d'entaille et on s'assurera que le moment repris par les rondins est négligeable face aux sollicitations provoquées par les charges uniformes.

## **Adaptation au bois lamellé cloué.**

## **Adaptation au bois équarri sur 3 faces.**

La mise en œuvre de bois équarris sur 3 faces favorise l'emploi de rondins de diamètre plus faible. En effet, le dimensionnement de la structure mixte est déterminé par le moment fléchissant maximum, appliqué au milieu de la portée. La résistance développée par la section peut suivre les variations de ce moment fléchissant, justifiant ainsi la mise en œuvre d'une section variable. L'uniformité de la section ne revêt qu'un aspect pratique et esthétique, mais elle n'est pas statiquement nécessaire. Par sa conicité naturelle, le rondin de bois constitue une section variable s'adaptant bien aux sollicitations appliquées à la structure.

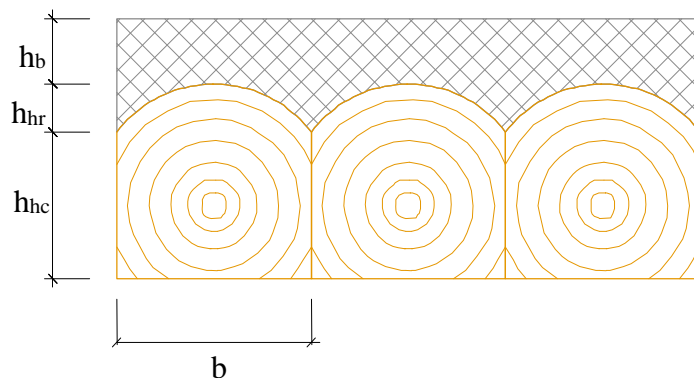
### Exemple :

Le dimensionnement indique une section de bois à mi-portée de 30\*30 cm. La portée est de 10 m et on admet une variation diamétrale de 1 cm par mètre de longueur.

- Bois équarri sur 4 faces. Diamètre minimal de 42 cm.
- Bois équarris sur 3 faces. Diamètre minimal de 33 cm.

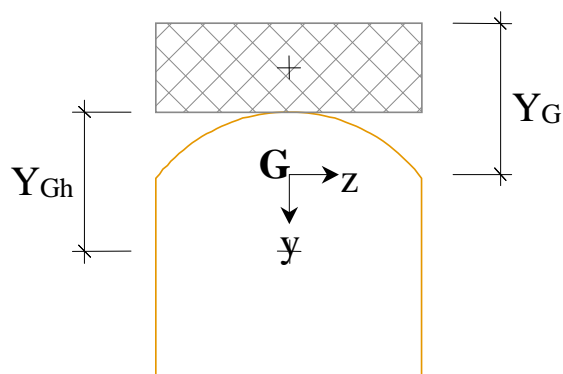
Pour les sections importantes, il n'est plus possible d'utiliser une section uniforme, faute de rondins suffisamment larges. La construction mixte en bois équarri sur trois faces constitue alors une alternative pertinente. En revanche, il ne s'agit pas d'une solution particulièrement esthétique puisque la conicité du bois provoque un décalage des rondins en partie inférieure.

Il faudrait en toute rigueur vérifier la capacité résistante de plusieurs sections le long de la portée. Toutefois, on admet que le dimensionnement de la section à mi-portée est suffisant pour l'ensemble de la construction. D'autre part, on prendra soin d'alterner les rondins afin d'encadrer, au niveau des appuis, une petite section par deux sections plus importantes. Les charges se transmettant au prorata des rigidités, les rondins plus larges soulageront les rondins plus fins, la capacité portante de la structure étant ainsi suffisante.



Section à mi-portée.

# 1. Caractéristiques de la section mixte.



Section résistante considérée.

## Béton.

$$A_b = b \cdot h_b$$

$$I_b = \frac{b \cdot h_b^3}{12}$$

## Bois.

Par commodité, la section possède une largeur et une hauteur identiques. Pour un cercle, cette condition est réalisée pour un angle  $\alpha = 53,13010235^\circ$ .

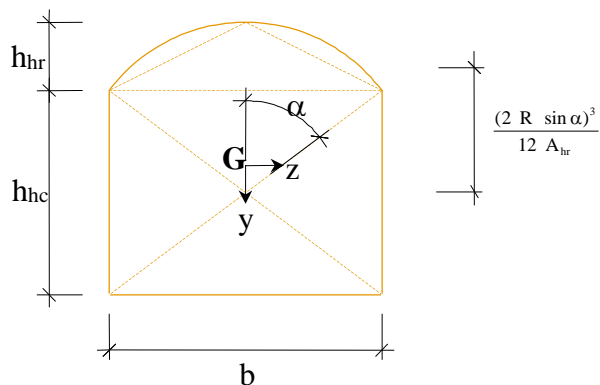
Diamètre du rondin :  $d_h$



Largeur de la section :  $b = d_h \sin \alpha$

Hauteur de bois cartonné :  $h_{hc} = d_h \cos \alpha$

Hauteur de bois rond :  $h_{hr} = h_h - h_{hc}$



Aire. 
$$A_h = A_{hc} + A_{hr} = b h_c + 0,5 R^2 \left( \pi \frac{\alpha}{180} - \sin(2\alpha) \right)$$

Centre de gravité.

$$Y_{Gh} = \frac{1}{A_h} \left( \left( h_h - \frac{h_{hc}}{2} \right) A_{hc} + \left( h_h - \frac{h_{hc}}{2} - \frac{(2 R \sin \alpha)^3}{12 A_{hr}} \right) A_{hr} \right)$$

Inerties. 
$$I_{hc} = \frac{b h_{hc}^3}{12} \quad I_{hr} \cong \frac{b h_{hr}^3}{36} \text{ Assimilation à un triangle.}$$

$$I_h = I_{hc} + I_{hr} + \left( b - \frac{h_{hc}}{2} - Y_{Gh} \right)^2 A_{hc} + \left( \frac{(2 R \sin \alpha)^3}{12 A_{hr}} - b + \frac{h_{hc}}{2} + Y_{Gh} \right) A_{hr}$$

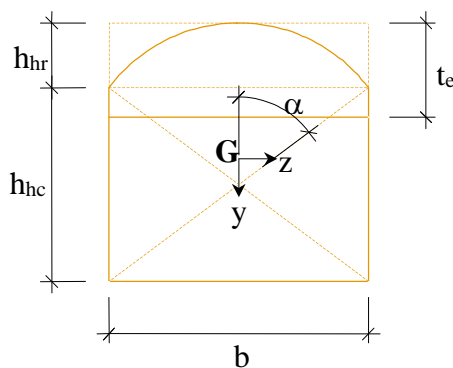
Section mixte.



Aire équivalente de la section	$A_{eq} = \gamma n A_b + A_h$
Position du centre de gravité	$Y_G = \frac{1}{A_{eq}} \left[ \frac{h_b}{2} n \gamma A_b + (h_b + Y_{Gh}) A_h \right]$
Distance entre le centre de gravité et les axes neutres des sections partielles	$a_b = Y_G - \frac{h_b}{2}$
	$a_h = h_b + Y_{Gh} - Y_G$
Inertie équivalente	$I_{eq} = n I_b + I_h + \gamma n A_b a_b^2 + A_h a_h^2$
Rigidité équivalente	$B_{eq} = E_h I_{eq}$
Moment statique du béton	$\mu_b = A_b a_b$

## 2. Dimensionnement de la connexion.

La mise en œuvre de rondins équarris sur 3 faces entraîne une diminution de la partie résistante de bois au niveau de l'entaille (en comparaison avec une section rectangulaire). Par conséquent, la profondeur de l'entaille sera augmentée afin de vérifier les diverses conditions. L'expérience montre qu'au moins un connecteur par rondin sera disposé.



### Exigences concernant le bois.

- ✓ Poinçonnement du bois incliné.



$$\frac{F_i \cos \alpha}{A_v} \leq \bar{\sigma}_{d\alpha=10^\circ}$$

$\alpha = 10^\circ$  : inclinaison du bord d'entaille.

$\bar{\sigma}_{d\alpha=10^\circ}$  : contrainte de compression admissible pour un angle de  $10^\circ$  entre la direction de l'effort et celle des fibres.

$A_v$  : section résistante verticale.

Cette condition détermine la profondeur minimale de l'entaille.

✓ Cisaillement de l'avant bois.

$$\frac{R_i}{c_i b_e} \leq \tau$$

$\tau$  : cisaillement simple admissible du bois.

$c_i$  : longueur de l'avant bois de l'entaille i.

$b_e$  : largeur d'entaille résistante.

Cette condition détermine la longueur minimale de l'avant bois.

#### Exigences concernant le béton.

✓ Compression du béton.

$$\frac{F_i \cos \alpha}{A_v} \leq f_{bc,red}$$

$\alpha = 10^\circ$  : inclinaison du bord d'entaille.

$f_{bc,red}$  : valeur réduite de la résistance du béton à la compression. Au sein d'une bielle de compression, la résistance du béton limitée à  $0,4 \cdot f_{cw,min}$ .

$A_v$  : section résistante verticale.

Cette condition détermine la profondeur minimale de l'entaille.

✓ Reprise de l'effort rasant.

L'effort rasant horizontal est à la fois repris par le béton et les aciers disposés à cet effet. Généralement, on dispose des aciers Fe 235,  $\Phi$  8mm, espacés de 10 cm.



Force développée par les aciers.

$$F_s = 2 \, n \, \frac{b_e}{1000} \, \pi \, R^2 \, \tau_R$$

n : nombre d'armatures disposées sur une largeur de 1m.

b<sub>e</sub> : largeur d'entaille résistante, en mm.

R : rayon des armatures métalliques (en général R=4mm).

τ<sub>R</sub> : résistance au cisaillement de l'acier (en général : τ<sub>R</sub>=135 Mpa)

Force développée par le béton.

$$F_b = l_a \, l_b \, \tau_c$$

l<sub>a</sub> : longueur supérieure de l'entaille, en m.

l<sub>b</sub> : longueur de l'arc du haut d'entaille.

τ<sub>c</sub> : résistance au cisaillement du béton en Mpa (en général, τ<sub>c</sub> = 1Mpa).

$$R_i \leq F_s + F_b$$

$$n_i \geq \frac{R_i - F_b}{\frac{b_e}{1000} \, 2 \, \pi \, R^2 \, \tau_R}$$

R<sub>i</sub> : effort rasant agissant au niveau de l'entaille i.

Cette condition détermine la section d'armature minimale.

Exigence concernant le goujon.

✓ Traction du goujon.

$$Z_i \leq n_i \, \bar{F}$$

$\bar{F}$  : résistance à l'arrachement du goujon.

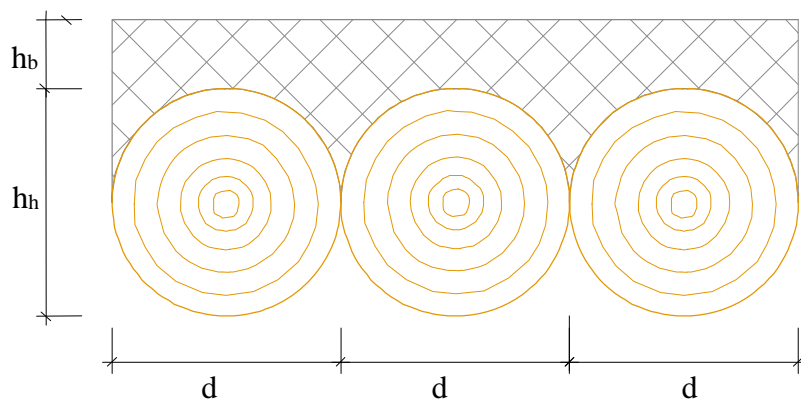
n<sub>i</sub> : nombre de goujons dans l'entaille.



### **Adaptation au bois rond.**

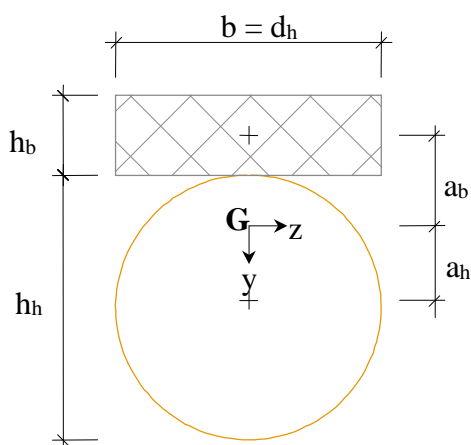
L'usage de bois rond pour la construction mixte possède les mêmes avantages que les rondins équarris sur trois faces. On évite de plus l'usinage du bois, ce qui est parfois impossible pour les rondins de gros diamètre ou de longueur importante. D'un point de vue pratique et esthétique, la mise en place de bois ronds n'est pas recommandée ; c'est pourquoi la construction mixte en bois ronds (ou en bois équarris sur trois faces) est réservée généralement aux ouvrages exceptionnels, situés en extérieur.

Pour des raisons déjà évoquées, les rondins seront alternés et on procèdera uniquement au dimensionnement de la section à mi-portée.



Section à mi-portée.

# 1. Caractéristiques de la section mixte.



Section résistante considérée.

## Béton.

section résistante.  $A_b = h_b d_h$

Section pesante.  $A_{bp} = h_b d_h + \left( \frac{d_h^2}{2} - \frac{\pi}{8} d_h^2 \right) = h_b d_h + d_h^2 \left( \frac{4-\pi}{8} \right)$

$$I_b = \frac{d_h h_b^3}{12}$$

## Bois.



$$A_h = \frac{\pi d_h^2}{4}$$

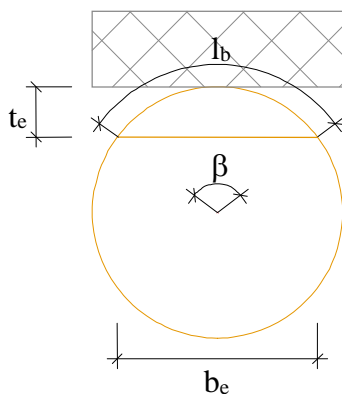
$$I_h = \frac{\pi d_h^4}{64}$$

Section mixte.

Aire équivalente de la section	$A_{eq} = \gamma n A_b + A_h$
Position du centre de gravité	$Y_G = \frac{1}{A_{eq}} \left[ \frac{h_b}{2} n \gamma A_b + \left( h_b + \frac{d_h}{2} \right) A_h \right]$
Distance entre le centre de gravité et les axes neutres des sections partielles	$a_b = Y_G - \frac{h_b}{2}$
	$a_h = h_b + \frac{d_h}{2} - Y_G$
Inertie équivalente	$I_{eq} = n I_b + I_h + \gamma n A_b a_b^2 + A_h a_h^2$
Rigidité équivalente	$B_{eq} = E_h I_{eq}$
Moment statique du béton	$\mu_b = A_b a_b$

**2. Dimensionnement de la connexion.**

Là encore, l'entaille effectuée dans le bois rond sera plus profonde. On disposera au minimum un connecteur par rondin.



On admet le résultat suivant.

$$\beta = 4 \arcsin\left(\sqrt{\frac{t_e}{d_h}}\right) \quad \beta \text{ exprimé en radians.}$$

Section résistante verticale :  $A_v = \frac{d_h^2}{8} (\beta - \sin \beta)$   $\beta$  exprimé en radians.

Exigences concernant le bois.

✓ Poinçonnement du bois incliné.

$$\frac{F_i \cos \alpha}{A_v} \leq \bar{\sigma}_{d\alpha=10^\circ}$$

$\alpha = 10^\circ$  : inclinaison du bord d'entaille.

$\bar{\sigma}_{d,\alpha=10^\circ}$  : contrainte de compression admissible pour un angle de  $10^\circ$  entre la direction de l'effort et celle des fibres.

$A_v$  : section résistante verticale.

Cette condition détermine la profondeur minimale de l'entaille.

✓ Cisaillement de l'avant bois.

$$\frac{R_i}{c_i b_e} \leq \tau$$

$\tau$  : cisaillement simple admissible du bois.

$c_i$  : longueur de l'avant bois de l'entaille i.



$b_e$  : largeur d'entaille résistante.

Cette condition détermine la longueur minimale de l'avant bois.

#### Exigences concernant le béton.

- ✓ Compression du béton.

$$\frac{F_i \cos \alpha}{A_v} \leq f_{bc,red}$$

$\alpha = 10^\circ$  : inclinaison du bord d'entaille.

$f_{bc,red}$  : valeur réduite de la résistance du béton à la compression. Au sein d'une bielle de compression, la résistance du béton limitée à  $0,4 \cdot f_{cw,min}$ .

$A_v$  : section résistante verticale.

Cette condition détermine la profondeur minimale de l'entaille.

- ✓ Reprise de l'effort rasant.

L'effort rasant horizontal est à la fois repris par le béton et les aciers disposés à cet effet. Généralement, on dispose des aciers Fe 235,  $\Phi$  8mm, espacés de 10 cm.

#### Force développée par les aciers.

$$F_s = 2 \cdot n \cdot \frac{b_e}{1000} \cdot \pi \cdot R^2 \cdot \tau_R$$

$n$  : nombre d'armatures disposées sur une largeur de 1m.

$b_e$  : largeur d'entaille résistante, en mm.

$R$  : rayon des armatures métalliques (en général  $R=4\text{mm}$ ).

$\tau_R$  : résistance au cisaillement de l'acier (en général :  $\tau_R=135 \text{ Mpa}$ )

#### Force développée par le béton.



$$F_b = l_a l_b \tau_c$$

$l_a$  : longueur supérieure de l'entaille, en m.

$l_b$  : longueur de l'arc du haut d'entaille.

$\tau_c$  : résistance au cisaillement du béton en Mpa (en général,  $\tau_c = 1\text{Mpa}$ ).

$$R_i \leq F_s + F_b$$

$$n_i \geq \frac{R_i - F_b}{\frac{b_e}{1000} 2 \pi R^2 \tau_R}$$

$R_i$  : effort rasant agissant au niveau de l'entaille  $i$ .

Cette condition détermine la section d'armature minimale.

#### Exigence concernant le goujon.

- ✓ Traction du goujon.

$$Z_i \leq n_i \bar{F}$$

$\bar{F}$  : résistance à l'arrachement du goujon.

$n_i$  : nombre de goujons dans l'entaille.

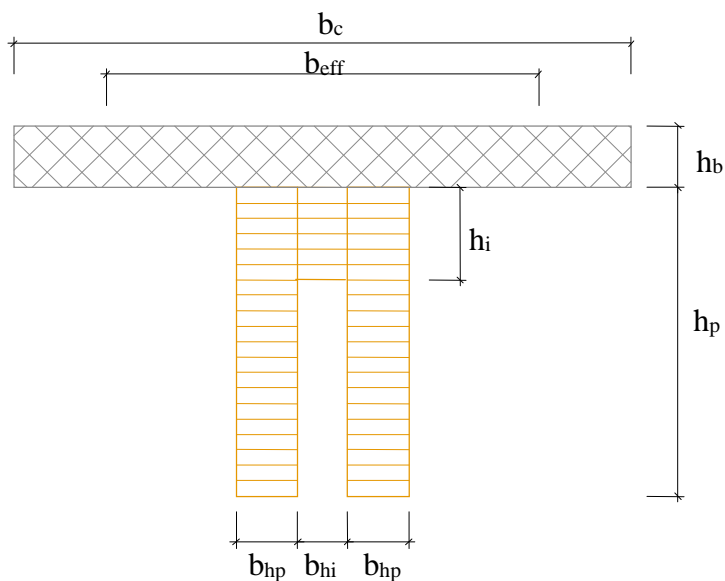
### **Adaptation à la poutre en Té.**

Ce procédé est particulièrement adapté à la construction de planchers dans les bâtiments industriels. Généralement, la table est constituée de béton tandis que l'âme se compose de poutres en bois lamellé collé.

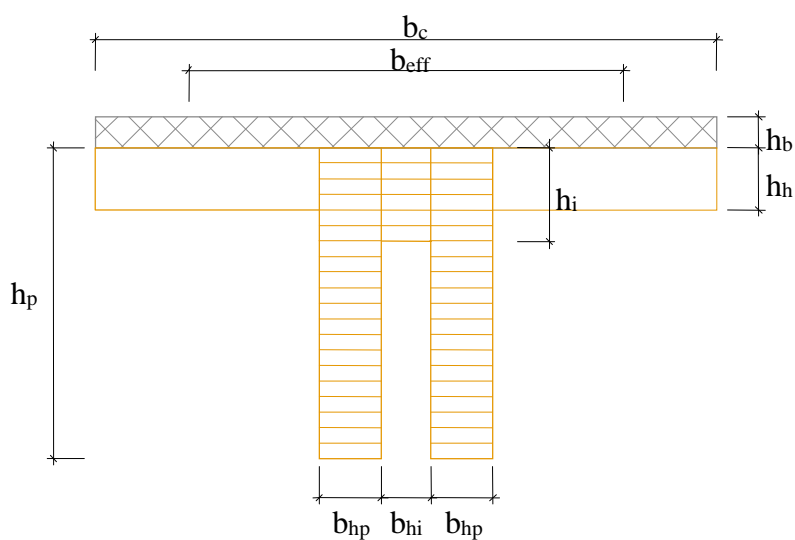
Pour bien comprendre la démarche de dimensionnement, définissons la constitution du plancher industriel considéré. La dalle continue repose sur un réseau de poutres BLC appuyées sur des poteaux, conduisant eux même les charges vers les fondations. L'âme des poutres comporte trois sections en BLC, collées entre elles. La section interne, de hauteur et de largeur réduites, collabore avant tout à l'effort rasant. La dalle de compression, en béton armé ou mixte, assure également la reprise des charges entre les âmes. Suivant la configuration du réseau de poutres, les panneaux de dalle en béton armé adoptent un fonctionnement de poutre ou de dalle. Cela détermine la transmission des charges à la poutre en té. Si la dalle se comporte comme une poutre, les charges transmises à la poutre en té sont uniformes sur toute la portée. En revanche si le comportement est celui d'une dalle, la transmission des charges n'est plus uniforme et suit les lignes de rupture observées usuellement. La dalle mixte ne possède qu'un seul sens porteur, quelque soit la configuration du réseau de poutres. Ainsi les charges transmises à la poutre en té sont uniformes.



Seul le cas de charges uniformes sera traité, ce qui correspond aux deux configurations suivantes.



Dalle de compression en béton armé.



Dalle de compression mixte.



## 1. Caractéristiques de la section mixte.

### Béton.

La largeur de béton résistante ne correspond plus à la largeur chargée. On distingue ainsi la largeur de dalle participante  $b_{eff}$  et la largeur chargée  $b_c$ . On prendra également en compte la possibilité d'une dalle mixte ou en BA.

Section résistante.

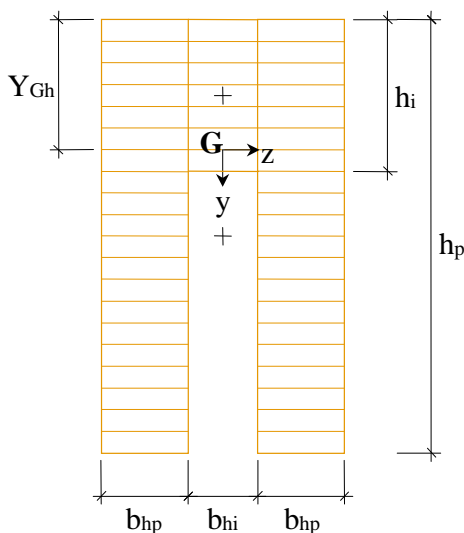
$$A_{beff} = h_b \ b_{eff}$$

Section pesante.

$$A_{bc} = (h_b + h_{dh}) \ b_c$$

$$I_b = \frac{b_{eff} \ h_b^3}{12}$$

### Bois.



$$A_h = 2 \ h_{hp} \ b_{hp} + h_{hi} \ b_{hi}$$

$$Y_{Gh} = \frac{1}{A_h} \left( \frac{b_{hi} \ h_{hi}^2}{2} + b_{hp} \ h_{hp}^2 \right)$$

$$I_h = 2 \ \frac{b_{hp} \ h_{hp}^3}{12} + \frac{b_{hi} \ h_{hi}^3}{12} + 2 \ b_{hp} \ h_{hp} \ \left( \frac{h_{hp}}{2} - Y_{Gh} \right)^2 + b_{hi} \ h_{hi} \ (Y_{Gh} - h_{hi})^2$$

### Section mixte.

Aire équivalente de la section	$A_{eq} = \gamma \ n \ A_b + A_h$
--------------------------------	-----------------------------------



Position du centre de gravité	$Y_G = \frac{1}{A_{eq}} \left[ \frac{h_b}{2} n \gamma A_b + (h_b + Y_{Gh}) A_h \right]$
Distance entre le centre de gravité et les axes neutres des sections partielles	$a_b = Y_G - \frac{h_b}{2}$
	$a_h = h_b + Y_{Gh} - Y_G$
Inertie équivalente	$I_{eq} = n I_b + I_h + \gamma n A_b a_b^2 + A_h a_h^2$
Rigidité équivalente	$B_{eq} = E_h I_{eq}$
Moment statique du béton	$\mu_b = A_b a_b$

## 2. Dimensionnement de la connexion.

Les trois sections BLC résistent à l'effort rasant agissant à l'interface bois béton.

Largeur d'entaille résistante.  $b_e = 2 b_{hp} + b_{hi}$

La section interne sera suffisamment haute pour avoir une profondeur d'ancrage identique. En dehors de ces variations géométriques, le dimensionnement des liaisons est rigoureusement identique à celui des bois équarris sur 4 faces.